Unidad II: Métodos de solución de ecuaciones

2.1 Métodos de intervalo

Los siguientes métodos requieren que las funciones sean diferenciales, y por lo tanto continuas, en un intervalo donde se apliquen aquéllas, por lo tanto estos tipos de métodos son llamados "Métodos de Intervalos". También se puede intentar utilizarlos para funciones no diferenciales o discontinuas en algunos puntos, pero en este caso el llegar al resultado dependéra, aleatoriamente, de que durante la aplicación del método no se toquen esos puntos.

El problema de obtener las soluciones o raíces de una ecuación algebraica o trascendente de la forma F(x)=0 se representa frecuentemente dentro el campo de la ingenierá.

Se puede definir a la raíz de una ecuación como el valor de x que hace a f(x) = 0.

Asi, que un método simple para obtener a la raíz de la ecuación f(x)=0, consiste en graficar la función y observar donde cruza el eje x. Por eso estos tipos de métodos, son llamados "Métodos Graficos"

Debido a ello, el desarrollo de métodos que nos permiten solucionarlo es amplio; en esta unidad presentamos algunos para determinar las raíces reales o complejas de ecuaciones de este tipo, tales como:

2.2 Método de bisección

El método de la bisección o también llamado Método de Bolzano, parte de una funcion F(x) y un intervalo [x1,x2] tal que F(x1) y F(x2) tienen signos contrarios. Si la función es continua en este intervalo, entonces existe una raíz de F(x) entre x1 y x2.

Una vez determinado el intervalo [x1,x2] y asegura lacontinuidad de la función en dicho intervalo, se valúa ésta en el punto madion xm del intervalo.

Si F(xm) y F(x1) tiene signos contrarios, se reducirá el intervalo de x1 a xm, ya que dentro de estos valores se encuentra la raíz buscada. Al repetir este proceso, hasta lograr que la diferencia entre los dos últimos valores de xm sea menor que una tolerancia prefijada, el último valor xm será una buena aproximación de la raíz.

Pasos:

1. Elija valores iniciales inferior x1, y superior de x2, que encierren a la raíz, de forma que la función cambien el signo en el intervalo. Esto se verifica comprobando que f(x1) f(x2)<0
2. Una aproximación de la raíz, se determina mediante: **Xr= x1 + x2 / 2**
3. Realice las siguiente evaluaciones para determinar en que subintervlo ésta la raíz:

- Si f(x1) f(Xr)<0, entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo inferior o izquierdo. Por tanto, haga X2 = Xr y vuelva al paso 2.
- Si f(x1) f(Xr)>0, entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo superior o derecho. Por tanto, haga X1 = Xr y vuelva al paso 2.
- Si f(x1) f(Xr) =0, entonces la raíz se igual a Xr; y termina el cálculo.

2.3 Método de aproximaciones sucesivas

El método de aproximaciones sucesivas consiste en generar funciones convergentes bajo un esquema iterativo partiendo de la función original, lo cual se soporta con el siguiente teorema:

Teorema de convergencia

La raíz de cualquier sub función extraída de una función f(x) obtenida por una iteración convergente,es también una raíz de f(x).

Ejemplo de aplicación del teorema

Sea f(x) =5senx - 3x, la sub función sen(x) tiene como raíz x=0, la cual resulta ser también la raíz de la función f(x).

En este método se requiere de una regla, formula o sub función g(x), con la que se calculan los términos sucesivos junto con un valor de partida p_0, esto produce una sucesión de valores $\{p_k\}$ obtenida mediante el proceso iterativo $p_{k+1} = g(p_k)$.

2.4 Métodos de interpolación

En el subcampo matemático del análisis numérico, se denomina interpolación a la obtención de nuevos puntos partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos.

En ingeniería y algunas ciencias es frecuente disponer de un cierto número de puntos obtenidos por muestreo o a partir de un experimento y pretender construir una función que los ajuste.

Otro problema estrechamente ligado con el de la interpolación es la aproximación de una función complicada por una más simple. Si tenemos una función cuyo cálculo resulta costoso, podemos partir de un cierto número de sus valores e interpolar dichos datos construyendo una función más simple. En general, por supuesto, no obtendremos los mismos valores evaluando la función obtenida que si evaluásemos la función original, si bien dependiendo de las características del problema y del método de interpolación usado la ganancia en eficiencia puede compensar el error cometido.

2.5 Aplicaciones